

## Оглавление

1. Основные положения теории .....	2
2. Предварительная подготовка .....	5
3. Задание на проведение эксперимента .....	5
4. Обработка результатов экспериментов .....	11
5. Вопросы для самопроверки и подготовке к защите работы .....	12
ЛИТЕРАТУРА .....	13

Цель работы – изучение экспериментальных методов исследования частотных свойств электрических цепей (передаточных функций).

## 1. Основные положения теории

Основной задачей анализа частотных свойств электрической цепи является определение реакции цепи на заданное внешнее воздействие, которое часто называют входным воздействием. Передаточную функцию цепи в общем случае определяют следующим образом:

$$\dot{W}(j\omega) = \frac{\dot{A}_2(j\omega)}{\dot{A}_1(j\omega)} = \frac{A_2(\omega) e^{j\psi_2(\omega)}}{A_1(\omega) e^{j\psi_1(\omega)}} = \frac{A_2(\omega)}{A_1(\omega)} e^{j\varphi(\omega)} = K(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)},$$

где  $\dot{A}_2(j\omega)$  – комплексная амплитуда отклика цепи (напряжения или тока);

$\dot{A}_1(j\omega)$  – комплексная амплитуда входного воздействия (напряжения или тока).

Передаточная функция  $\dot{W}(j\omega)$  может быть безразмерной (входное воздействие и анализируемый отклик – либо  $\dot{U}_1(j\omega)$  и  $\dot{U}_2(j\omega)$ , либо  $\dot{I}_1(j\omega)$  и  $\dot{I}_2(j\omega)$ ). В случае, когда сопоставляются  $\dot{U}_1(j\omega)$  и  $\dot{I}_2(j\omega)$ ,  $\dot{W}(j\omega)$  имеет размерность проводимости, а в случае, когда сопоставляются  $\dot{I}_1(j\omega)$  и  $\dot{U}_2(j\omega)$ ,  $\dot{W}(j\omega)$  имеет размерность сопротивления.

Модуль  $K(\omega)$  безразмерной комплексной передаточной функции  $\dot{W}(j\omega)$  характеризует отношение амплитуд отклика и воздействия и носит название амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) цепи. Аргумент этой комплексной передаточной функции  $\varphi(\omega)$  определяется разностью фаз сигналов отклика и воздействия и называется фазочастотной характеристикой (ФЧХ) цепи.

**Внимание!** АЧХ и ФЧХ линейных цепей не зависят от амплитуды входного воздействия, поскольку параметры элементов линейных цепей не зависят от амплитуд приложенных напряжений и протекающих через них токов.

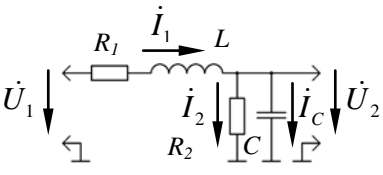
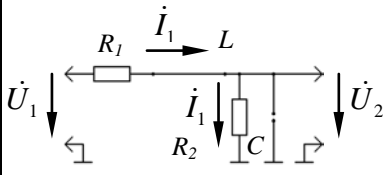
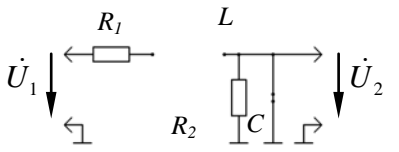
АЧХ и ФЧХ представляют в виде графиков, по осям абсцисс которых откладывают значения частоты, а по осям ординат – значения модуля комплексной передаточной

функции при построении графика АЧХ или разность фаз сигналов отклика и воздействия при построении графика ФЧХ.

При анализе АЧХ цепей часто используют так называемые схемы замещения для низких частот (НЧ) и высоких частот (ВЧ). Поскольку при  $\omega \rightarrow 0$   $X_C \rightarrow \infty$  и  $X_L \rightarrow 0$ , а при  $\omega \rightarrow \infty$   $X_C \rightarrow 0$  и  $X_L \rightarrow \infty$ , вместо соответствующих элементов – емкости и индуктивности – в исходной принципиальной схеме изображают перемычку или показывают разрыв цепи. Такой подход позволяет качественно анализировать вид АЧХ, не прибегая к расчетам (таблица 1).

Наглядное представление о фазовых соотношениях в областях НЧ и ВЧ дают векторные диаграммы, которые строятся для соответствующих схем замещения.

Таблица 1 – Применение методики схем замещения для анализа АЧХ цепи

Схема электрическая цепи	Схема замещения цепи на НЧ, $\omega \rightarrow 0$	Схема замещения цепи на ВЧ, $\omega \rightarrow \infty$
		
$W(j\omega) = \frac{Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3};$ $\dot{Z}_1 = R_1 \quad Z_3 = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}}$ $\dot{Z}_2 = j\omega L$	$ W(j\omega)  \rightarrow \frac{R_2}{R_1 + R_2}$	$ W(j\omega)  \rightarrow 0$

Эквивалентная схема замещения НЧ ( $\omega \rightarrow 0$ ) содержит последовательно включенные активные сопротивления  $R_1$  и  $R_2$ , поэтому при  $\omega \rightarrow 0$   $\varphi(\omega) \rightarrow 0$ . Этот вывод подтверждает и векторная диаграмма, представленная на рисунке 1, а.

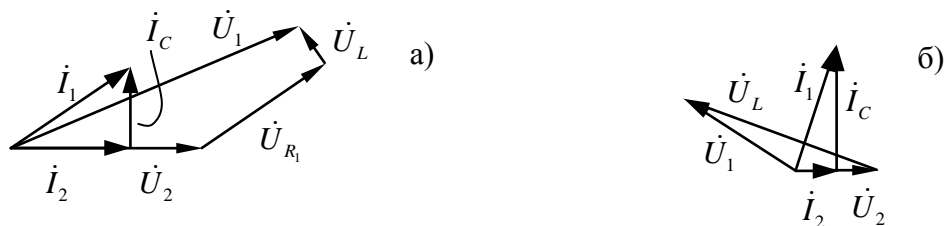


Рисунок 1 – Векторные диаграммы цепи в области НЧ (а) и в области ВЧ (б)

В соответствии со 2 законом Кирхгофа записываем уравнение

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 R_1 + \dot{I}_1 jX_L + \dot{U}_2.$$

Направив вектор тока  $\dot{I}_2$ , протекающего через резистор  $R_2$ , горизонтально, построим вектор выходного напряжения  $\dot{U}_2$ , который совпадает по направлению с вектором тока  $\dot{I}_2$ , т.к.  $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 R_2$ . Ток  $\dot{I}_C$ , протекающий через емкость  $C$ , мал ( $X_C \rightarrow \infty$  при  $\omega \rightarrow 0$ ), а его вектор составляет угол  $\pi/2$  с вектором напряжения  $\dot{U}_C$  ( $\dot{U}_C = \dot{U}_{R_2} = \dot{U}_2$ , так как элементы  $C$  и  $R_2$  соединены параллельно). Входной ток  $\dot{I}_1$ , протекающий последовательно через элементы  $R_1$  и  $L$ , равен сумме токов, протекающих через параллельно соединенные элементы  $C$  и  $R_2$ :  $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_C$ . Напряжение  $\dot{U}_{R_1}$  на активном сопротивлении  $R_1$  всегда совпадает по фазе с протекающим через него током

(в рассматриваемой схеме – с током  $\dot{I}_1$ ), поэтому векторы  $\dot{I}_1$  и  $\dot{U}_{R_1}$  сонаправлены. Вектор напряжения на индуктивности  $\dot{U}_L$  составляет угол  $\pi/2$  с протекающим через нее током  $\dot{I}_1$ . Вектор входного напряжения  $\dot{U}_1$  находится как сумма векторов напряжений  $\dot{U}_2$ ,  $\dot{U}_{R_1}$  и  $\dot{U}_L$ . Видно, что угол между векторами напряжений  $U_1$  и  $U_2$  будет стремиться к нулевому значению при уменьшении  $\omega$ , поскольку будут уменьшаться составляющие  $\dot{I}_C$  и  $\dot{U}_L$ .

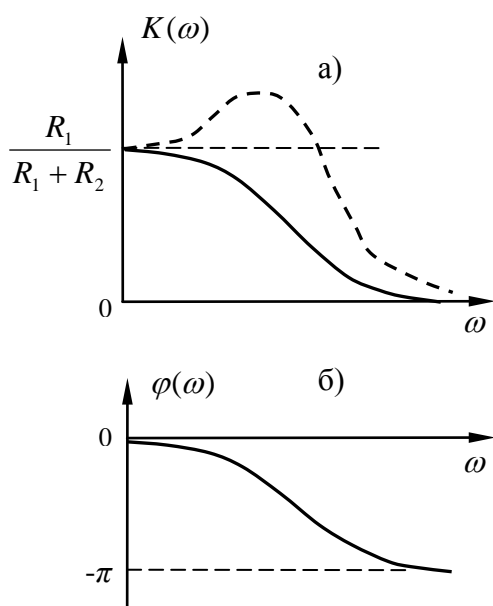


Рисунок 2 – АЧХ (а) и ФЧХ (б) анализируемой цепи в областях НЧ и ВЧ

В области ВЧ ( $\omega \rightarrow \infty$ ) векторная диаграмма существенно изменяется – рисунок 1,а. Ток  $\dot{I}_C$ ,

протекающий через емкость  $C$ , значительно превышает ток, протекающий через резистор  $R_2$ , так как  $X_C \rightarrow 0$  при  $\omega \rightarrow \infty$ . Напряжение  $\dot{U}_L$  велико даже при небольшом токе  $\dot{I}_1$ , так как  $X_L \rightarrow \infty$  при  $\omega \rightarrow \infty$ . Поскольку  $\dot{U}_L$  оказывается много больше, чем  $\dot{U}_{R_1}$ , при построении вектора входного напряжения вектором  $\dot{U}_{R_1}$  можно пренебречь. Видно, что угол между векторами напряжений  $\dot{U}_1$  и  $\dot{U}_2$  будет стремиться к значению  $-\pi$  при  $\omega \rightarrow \infty$ .

На рисунке 2 представлены АЧХ и ФЧХ, вид которых определен качественно в соответствии с изложенной методикой анализа. При  $R_1 = R_2$   $K(0) = 0,5$ . Вид АЧХ существенно зависит от параметров  $L$ ,  $C$ ,  $R_1$  и  $R_2$ . При малых значениях  $R_1$  и  $R_2$  возможно возникновение резонанса (пунктирная кривая на рисунке 2, а).

## 2. Предварительная подготовка

На рисунке 3 изображена эквивалентная схема Г-образного четырехполюсника. Начертить четыре электрические принципиальные схемы таких четырехполюсников, каждый из которых в своем составе имеет реактивное сопротивление ( $L$  или  $C$ ) и активное

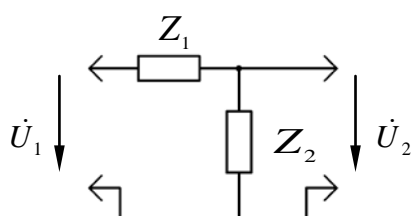


Рисунок 3 – Эквивалентная схема Г-образного четырехполюсника

сопротивление  $R$ . Для каждой цепи записать комплексную передаточную функцию по напряжению

$$W(j\omega) = \frac{\dot{U}_2(j\omega)}{\dot{U}_1(j\omega)} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2},$$

после чего перейти к показательной форме записи, используя известное представление

$$F = \frac{A + jB}{C + jD} = \frac{\sqrt{A^2 + B^2} e^{j \arctg\left(\frac{B}{A}\right)}}{\sqrt{C^2 + D^2} e^{j \arctg\left(\frac{D}{C}\right)}} = \sqrt{\frac{A^2 + B^2}{C^2 + D^2}} e^{j\left(\arctg\left(\frac{B}{A}\right) - \arctg\left(\frac{D}{C}\right)\right)},$$

и найти выражения для  $K(\omega)$  и  $\varphi(\omega)$ . Проанализировать поведение полученных функций АЧХ и ФЧХ при  $\omega \rightarrow 0$  и  $\omega \rightarrow \infty$ , а затем построить графики этих функций.

## 3. Задание на проведение эксперимента

Задание 1 Постройте АЧХ и ФЧХ двух модификаций Г-образного  $L$ - $R$  звена (в одном случае к общему проводу будет подключено активное сопротивление, в другом –

реактивное). В соответствии со схемой электрической принципиальной, пользуясь монтажной схемой (рисунок 4), соберите электрическую цепь и подключите ее к выходу генератора гармонических колебаний G2. Затем, в соответствии со схемой электрической принципиальной, пользуясь монтажной схемой (рисунок 5), подключите измерительные приборы – вольтметр V1 и фазометр.

Поскольку в генераторе гармонических колебаний G2, также как и во всех приборах такого типа, устанавливается величина линейной частоты колебаний  $f$ , построение графиков АЧХ и ФЧХ будем выполнять, откладывая по осям абсцисс значения  $f$ , а не  $\omega$ , существенно экономя время на вычислениях соответствующих значений  $\omega$ . При этом общий вид графиков АЧХ И ФЧХ не изменяется.

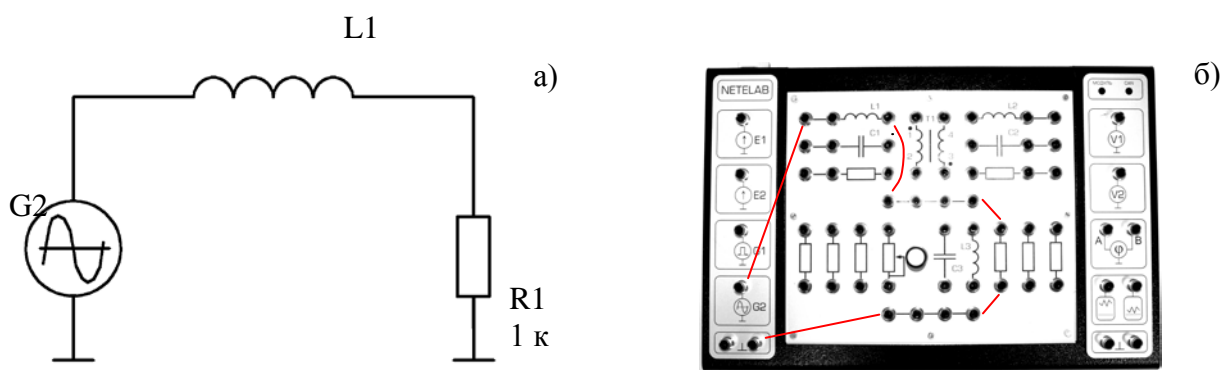


Рисунок 4 – Схемы электрическая принципиальная (а) и монтажная (б)  $L$ - $R$  звена, у которого к общему проводу подключено активное сопротивление.

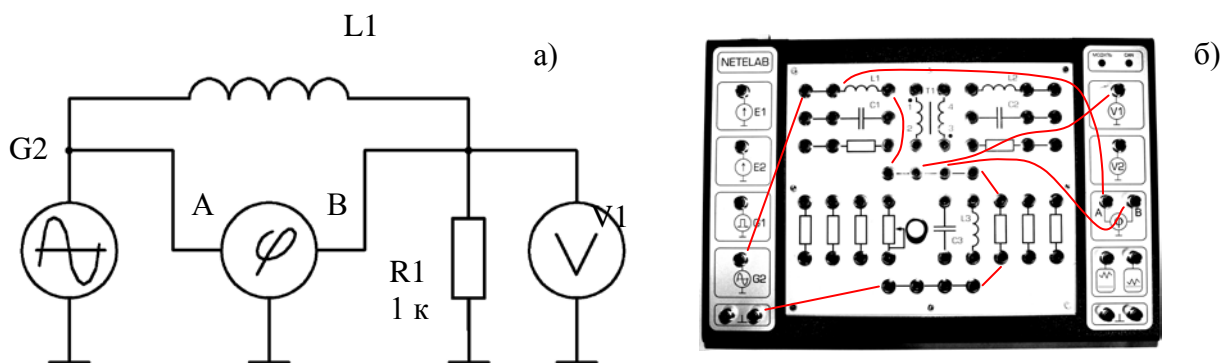
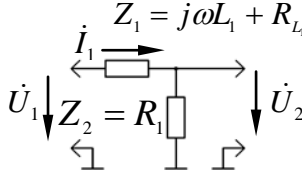


Рисунок 5 – Схемы электрическая принципиальная (а) и монтажная (б) для измерения АЧХ и ФЧХ  $L$ - $R$  звена, у которого к общему проводу подключено активное сопротивление

Установите амплитуду колебаний на выходе генератора гармонических колебаний  $G_2$  4,24 В. Этой амплитуде соответствует действующее напряжение на выходе генератора 3 В. Устанавливая частоту гармонических колебаний генератора в соответствии с указанными в первой колонке таблицы 2 значениями, измерьте величину действующего значения напряжения на выходе  $L$ – $R$  звена и разность фаз между входным и выходным напряжениями. Результаты измерений занесите в таблицу, после чего рассчитайте значения  $K(f)$  для каждого значения частоты и постройте графики  $K(f)$  и  $\varphi(f)$ .

Условия проведения эксперимента			
		$Z_1 = j\omega L_1 + R_{L_1}$ 	
	$U_1 = 3$ В		
	$L_1 =$ мГн		
	$R_{L_1} =$ Ом		
	$R_1 = 1000$ Ом		
$f$ , кГц	$U_{R_1}(f)$ , В	$\varphi(f)$ , град.	$K(f)$ (расчет)
0,2			
0,4			
0,8			
1,6			
3,2			
6,4			
12,8			
25,6			

Исследуйте АЧХ и ФЧХ  $L$ – $R$  звена, у которого к общему проводу подключено реактивное сопротивление (рисунок 6). Соберите цепь, подключите измерительные приборы (рисунок 7) и выполните измерения. Результаты измерений занесите в таблицу 3, рассчитайте  $K(f)$  и постройте графики  $K(f)$  и  $\varphi(f)$ .

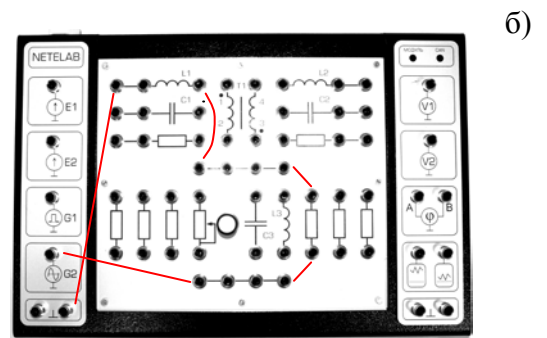
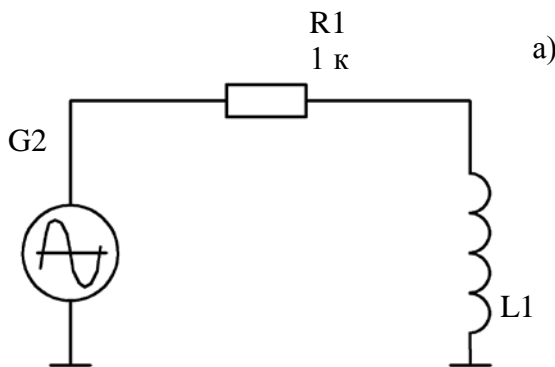


Рисунок 6 – Схемы электрическая принципиальная (а) и монтажная (б)  $L$ – $R$  звена, у которого к общему проводу подключено реактивное сопротивление

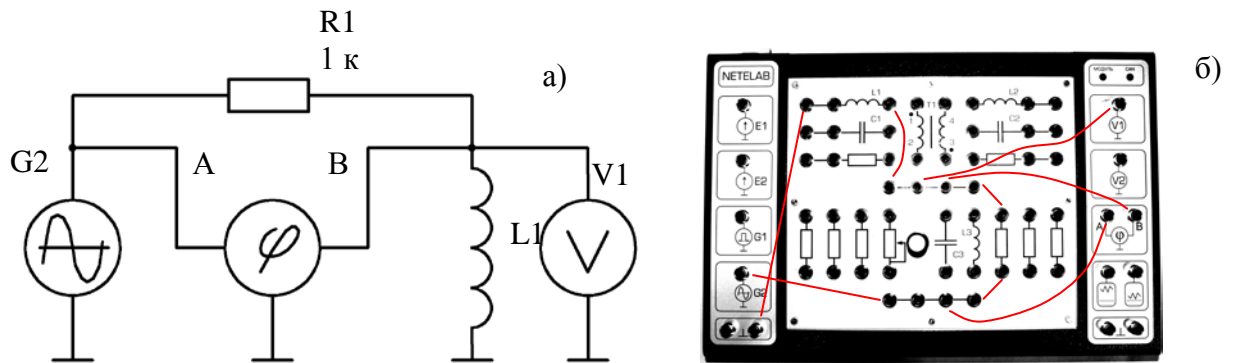


Рисунок 7 – Схемы электрическая принципиальная (а) и монтажная (б) для измерения АЧХ и ФЧХ  $L$ - $R$  звена, у которого к общему проводу подключено реактивное сопротивление

Таблица 3 – Результаты измерения АЧХ и ФЧХ

Обратите внимание, что в области НЧ экспериментально зарегистрированная ФЧХ заметно отличается от расчетной. Это связано с тем, что катушка индуктивности  $L1$  не является идеальным элементом (который называют просто индуктивностью  $L$ ) – она обладает внутренним активным сопротивлением  $R_{L_1}$ .

Это сопротивление представляет собой сопротивление провода, из которого изготовлена обмотка катушки индуктивности. Чем меньше диаметр провода, тем больше величина  $R_L$ . При увеличении диаметра провода  $R_L$  уменьшается, но при этом обычно значение индуктивности также уменьшается, поскольку на катушке не удастся разместить такое же число витков провода.

Условия проведения эксперимента			
	$U_1 = 3$ В		
	$L_1 =$ мГн		
	$R_{L_1} =$ Ом		
	$R_1 = 1000$ Ом		
$f$ , кГц	$U_2(f)$ , В	$\varphi(f)$ , град.	$K(f)$ (расчет)
0,2			
0,4			
0,8			
1,6			
3,2			
6,4			
12,8			



**Задание 2** Постройте АЧХ и ФЧХ двух модификаций  $R$ - $C$  звена (как и при исследовании  $R$ - $L$  звена, в одном случае к общему проводу будет подключено активное сопротивление, в другом – реактивное). В соответствии со схемами, изображенными на рисунке 8, соберите электрическую цепь и подключите измерительные приборы – вольтметр  $V1$  и фазометр.

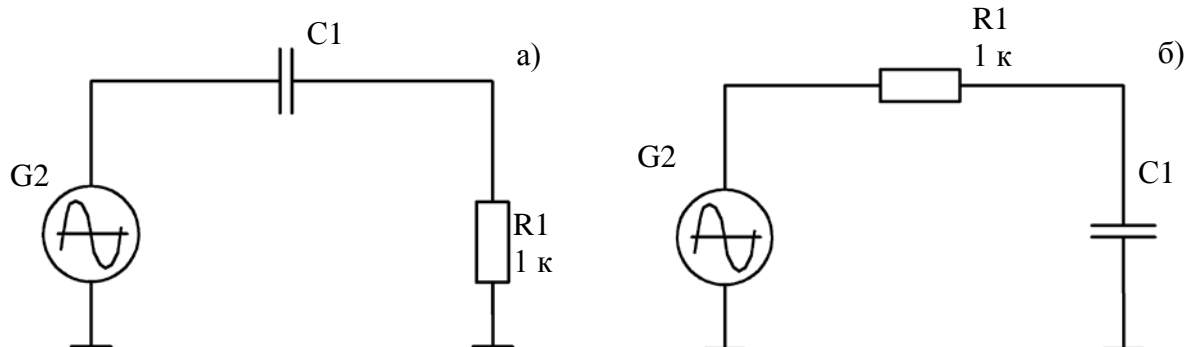


Рисунок 8 – Схемы электрические принципиальные  $R$ - $C$  звеньев, у которых к общему проводу подключено активное сопротивление (а) и реактивное сопротивление (б)

Выполните измерения выходного напряжения и разности фаз в соответствии с методикой задания 1, заполните таблицы 4 и 5, рассчитайте значения  $K(f)$  и постройте графики АЧХ и ФЧХ для каждого из звеньев.

Таблица 4 – Результаты измерения АЧХ и ФЧХ

Таблица 5 – Результаты измерения АЧХ и ФЧХ

Условия проведения эксперимента			
$U_1 = 3 \text{ В}$ $C_1 = \text{ мкФ}$ $R_1 = 1000 \text{ Ом}$			
$f$ , кГц	$U_2(f)$ , В	$\varphi(f)$ , град.	$K(f)$ (расчет)
0,2			
0,4			
0,8			
1,6			
3,2			
6,4			
12,8			
25,6			

Условия проведения эксперимента			
$U_1 = 3 \text{ В}$ $C_1 = \text{ мкФ}$ $R_1 = 1000 \text{ Ом}$			
$f$ , кГц	$U_2(f)$ , В	$\varphi(f)$ , град.	$K(f)$ (расчет)
0,2			
0,4			
0,8			
1,6			
3,2			
6,4			
12,8			
25,6			

Задание 3 Использование характериографа, обеспечивающего автоматическое построение на экране графиков АЧХ и ФЧХ облегчает процедуру анализа передаточных функций различных электрических цепей.

В соответствии со схемами, изображенными на рисунке 9, а, соберите электрическую цепь и подключите к ней измерительный канал 1 характериографа (рисунок 9, б). Нажав кнопку, расположенную рядом с полем «РЕЖИМ» экранного меню,

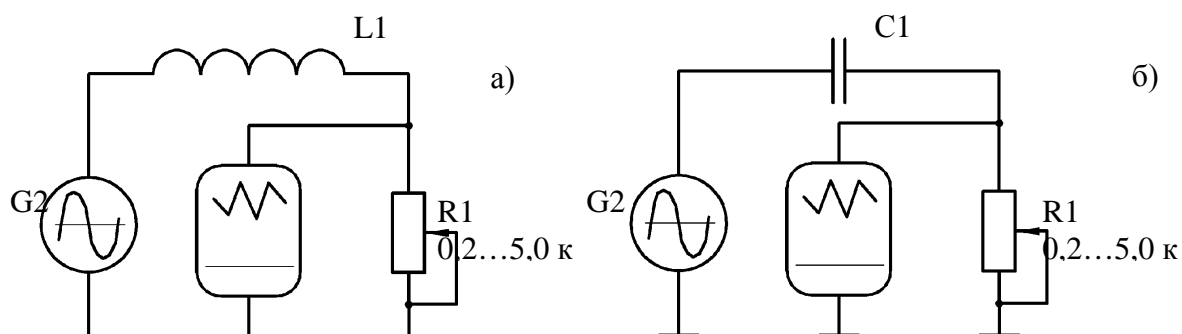


Рисунок 9 – Схемы электрические принципиальные  $R$ - $C$  и  $R$ - $L$  звеньев, АЧХ и ФЧХ которых исследуются с помощью характериографа

активизируйте работу характериографа, обеспечивающего построение зависимостей  $U(f)$  и  $\varphi(f)$ . При этом управление частотой генератора  $G2$  блокируется (на индикаторе частоты  $G2$  отображается символ «•»). Выберите диапазон изменения частот генератора  $G2$  (от 0,1 до 10 кГц или от 0,1 до 100 кГц), установите амплитуду колебаний на выходе  $G2$  равной 3 В.

Установите ручку управления переменного резистора  $R1$  в крайнее правое положение (его сопротивление будет максимальным) и нажмите кнопку поля «Пуск» экранного меню. В течение 10 секунд частота генератора  $G2$  будет изменяться в пределах выбранного диапазона, а на экране будут построены АЧХ (пространство под этой кривой заштриховано) и ФЧХ исследуемой цепи.

По окончании процесса измерений (в поле экранного меню снова появится надпись «Пуск») измените величину переменного резистора и снова активизируйте процесс измерения. Наблюдайте качественные изменения АЧХ и ФЧХ звена при изменении

величины переменного сопротивления, зарисуйте несколько реализаций этих характеристик.

**Внимание!** В процессе выполнения измерений нельзя изменять положение ручки переменного резистора, выполнять какие-либо коммутации элементов схемы или изменять амплитуду гармонических сигналов генератора G2 – в этих случаях результаты измерений будут некорректны.

**Внимание!** Если по окончании процесса измерения в верхней части экрана появится надпись «ВЕЛИКА АМПЛИТУДА СИГНАЛА», это свидетельствует о некорректности проведенных измерений. В этом случае необходимо уменьшить амплитуду колебаний на выходе генератора G2.

**Внимание!** Характериограф автоматически определяет корректность вычисления отсчетов ФЧХ. При уменьшении уровня сигнала на входе характериографа ошибка оценки отсчетов ФЧХ увеличивается и если погрешность измерений превысит  $5^0$ , часть графика ФЧХ не будет отображаться на экране.

#### 4. Обработка результатов экспериментов

Для  $L-R$  звена, у которого к общему проводу подключено реактивное сопротивление, рассчитать коэффициент передачи и разность фаз на частоте  $\omega$ , соответствующей линейной частоте  $f = 0,2$  кГц. Полученный результат отобразить на графиках экспериментально определенных АЧХ и ФЧХ этого звена. Сопоставить полученные результаты.

На всех графиках пунктирной линией достроить кривые в области НЧ и ВЧ, используя результаты п. 2 работы.

## 5. Вопросы для самопроверки и подготовке к защите работы

- 5.1 Какие сигналы называют гармоническими?
- 5.2 Как связаны частота  $f$ , круговая частота  $\omega$  и период колебаний  $T$ ?
- 5.3 Что такое амплитудное и что такое действующее значения напряжения гармонического сигнала? Как они связаны?
- 5.4 Как зависят от частоты активные и реактивные сопротивления цепи?
- 5.5 Как рассчитать комплексное сопротивление участка цепи?  
Как связаны полное комплексное сопротивление и полное сопротивление?
- 5.6 Что такое комплексная передаточная функция? Какой смысл имеют её модуль и какой – её аргумент?
- 5.7 Что характеризуют АЧХ и ФЧХ цепи?
- 5.8 Как сдвинуты по фазе ток и напряжение на пассивных элементах электрической цепи  $R$ ,  $L$  и  $C$ ?
- 5.9 На чем основан качественный расчет АЧХ цепи в областях НЧ и ВЧ?

## ЛИТЕРАТУРА

1. Электрические измерения. Средства и методы измерений (общий курс) / Дьяченко К.П., Зорин Д.И., Новицкий П.В. и др. Под ред. Е.Г. Шрамкова. – М.: Высш. школа, 1972. – 520 с.
2. Атабеков Г.И. Линейные электрические цепи. – М.: Энергия, 1978. – 591 с.
3. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. – М.: Высш. школа, 1996. – 638 с.
4. Теоретические основы электротехники / Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В. [и др.] – Т. 1. – С.-Пб.: Питер, 2009. – 432 с.